



Introduction



Généralités



Représentation



Qualité



Optimisation



Bibliographie

Justification de paragraphe : le Knuth-Plass

~ Exposé GUTenberg, 11 Janvier 2024 ~

Didier Verna

didier@didierverna.net



didierverna.info



[@didierverna](https://twitter.com/didierverna)



[didier.verna](https://www.facebook.com/didier.verna)



[in/didierverna](https://www.linkedin.com/in/didierverna)

Introduction

- ▶ $\text{T}_\text{E}\text{X}$: standard *de facto* en matière de qualité typographique
- ▶ En particulier : l'algorithme de mise en forme de paragraphe
N.b. « paragraphe » vs. « alinéa » hors sujet ici ; cf. [Savary1, 2023] et [Savary2, 2023]
- ▶ Le « Knuth-Plass »
 - ▶ Développé entre 1977 et 1982
 - ▶ « Probablement l'algorithme le plus intéressant de $\text{T}_\text{E}\text{X}$ »
— *Donald Knuth*

Le Knuth-Plass fait peur...

Pourquoi ?

▶ Littérature de référence

- ▶ Breaking Paragraphs into Lines [Knuth, 1981] : 66 pages
Première mouture, avec formalisation algébrique, exemples et applications
- ▶ T_EX : the Program [Knuth, 1986] : 28 pages (+ césure = 58)
À jour, entrelacée avec le reste de T_EX

▶ L'algorithme de Knuth-Plass n'est pas... un algorithme !

- ✓ 1. Un problème de « plus court chemin » *single-pair* dans un graphe orienté acyclique [Dijkstra, 1959] (1956), A* [Hart, 1968], etc.
- ✓ 2. Une optimisation de type « programmation dynamique » (1950) [Bellman, 1954]
- ✓ 3. Un critère de qualité (fonction de coût) spécifique à T_EX
Compatible avec la programmation dynamique !
- ✗ 4. Une implémentation (documentée) très impérative, truffée de petites optimisations de très bas niveau



Au Programme



Généralités : Coupure de Ligne, Tolérance, Passes

Représentation : Graphe des Solutions

Qualité : Pénalités, Démérites, Fonction de Coût

Optimisation : Programmation Dynamique

Mise en Forme de Paragraphe : Ingrédients

▶ Coupure de ligne

- ✓ ▶ Implicite : espaces inter-mot et points de césure [Liang, 1983]
- ✗ ▶ Explicite : « pénalités » (`\penalty`)
- ✗ ▶ Remarque : césures + ligatures = « discrétionnaires »
`\discretionary{-}{ }{ }`, `\discretionary{f-}{fi}{ffi}`

▶ Largeur de ligne

- ✓ ▶ « Glue » élastique inter-mot : dépend de la police utilisée
 - ✗ ▶ Micro-typographie : crénage élastique (tracking), saillie (crénage de marge), chasse élastique, *etc.*
- ▶ Remarque : boîtes + glue + pénalités = modèle très expressif
- ✓ ▶ Justification
 - ✗ ▶ Autres dispositions, saillie rudimentaire, code, *etc.* Cf. [Knuth, 1981]

Notion de « Tolérance »

- ▶ Complexité théorique exponentielle
 - ▶ Pour n points de coupures possibles, 2^n solutions
 - ▶ La plupart sont absurdes
- ▶ Élasticité sous contrôle : $1/3$ *corps de police* $+1/2 -1/3$
 - ▶ Exemple : police 18pt \Rightarrow 6pt, max 9pt ($6 + 3$), min 4pt ($6 - 2$)
 - ▶ Réduit considérablement le nombre de solutions *raisonnables*
 - ▶ Critères esthétiques \Rightarrow *recommandations*
 - ▶ Cependant, limite stricte en compression
- ▶ Tolérance selon T_EX (« badness »)
 - ▶ $100 * |\% \text{ d'élasticité utilisée}|^3$
 - ▶ $+\infty$ si compression maximale ou étirement $\geq 465\%$ (10 000)
 - ▶ Dans l'exemple précédent : $6 + 4.65 * 3 \approx 20\text{pt}$, soit plus de trois fois l'espacement normal
- ▶ Remarque : T_EX peut être *infiniment* tolérant...

Le Knuth-Plass en Trois Passes (max)

1. Sans césure, avec `\pretolerance`

- ▶ Plain/L^AT_EX : 100 par défaut (*i.e.* 100% de l'élasticité disponible)
- ▶ `\pretolerance=-1` pour court-circuiter la passe 1

2. Avec césure et `\tolerance`

- ▶ Plain/L^AT_EX : 200 par défaut (*i.e.* 126% de l'élasticité disponible)
- ▶ Dans l'exemple précédent : 6pt, max 9,78pt (9), min 3,48pt (4)

3. Seulement si `\emergencystretch > 0`

- ▶ Toujours avec césure et `\tolerance`

▶ Quand ça se passe mal

- ▶ T_EX produit des lignes débordantes (*overfull box*)
- ▶ `\sloppy` (L^AT_EX) : `\tolerance=9999 \emergencystretch=3em`
- ▶ Toujours préférer `\emergencystretch` à `\tolerance=10000` (+∞)

Au Programme

Généralités : Coupure de Ligne, Tolérance, Passes

Représentation : Graphe des Solutions

Qualité : Pénalités, Démérites, Fonction de Coût

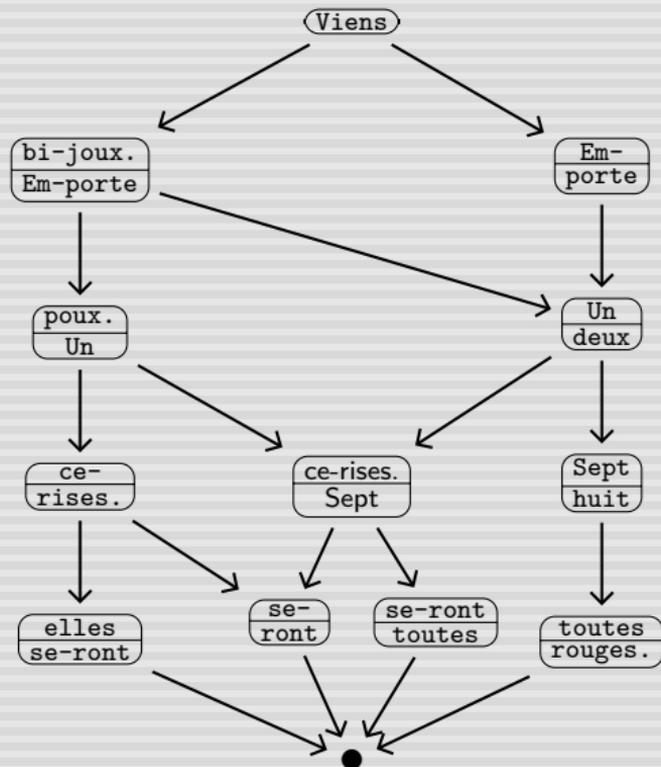
Optimisation : Programmation Dynamique

Graphe des Solutions

Exemple

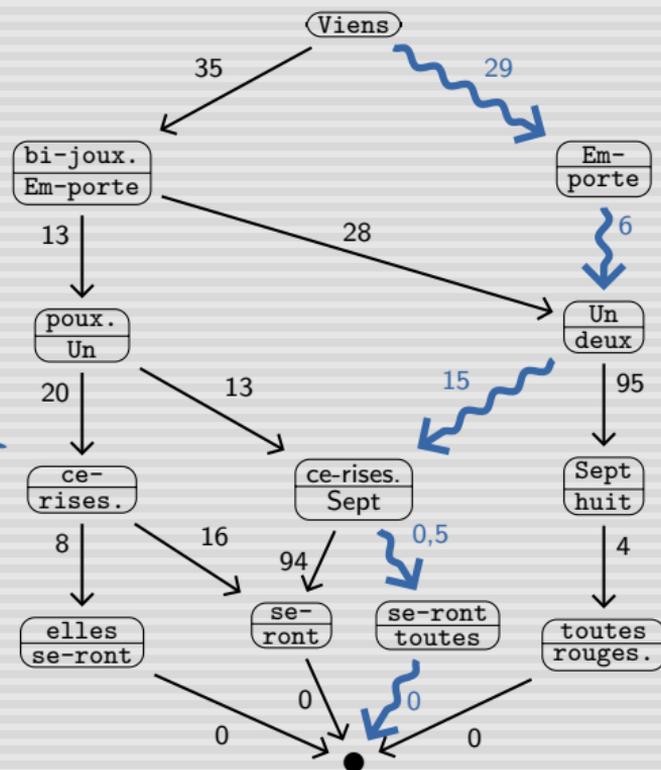
Viens mon chou sur mes ge-noux avec tes jou-joux et tes bi-joux. Em-porte des cailloux pour lan-cer sur les hi-boux pleins de poux. Un deux trois nous irons au bois. Quat' cinq six cueillir des ce-rises. Sept huit neuf dans mon pa-nier neuf. Dix onze douze elles se-ront toutes rouges.

- ▶ Largeur : 288pt (10,12cm)
- ▶ 2^e passe (`\pretolerance=-1`)
- ▶ Espacement recommandé seulement (`\tolerance=100`)



Remarques

- ▶ Graphe vs. arbre (partage de noeuds)
 - ▶ Paragraphe rectangulaire
 - ▶ Ou conserver le numéro de ligne
- ▶ Branches mortes / arbre mort
 - ▶ Importance d'une tolérance ajustable
- ▶ Algorithmes gloutons : ligne par ligne
 - ▶ First-Fit, Last-Fit
 - ▶ Best-Fit (mais *define* « best »...)
 - ▶ $\min(\% \text{ élasticité ou } \textit{badness})$
 - ▶ Nombreux autres choix possibles
 - ▶ Avantages
 - ▶ rapides
 - ▶ peu coûteux
 - ▶ Inconvénients
 - ▶ Pas de notion de qualité globale
 - ▶ Sensibles aux branches mortes





Au Programme



Généralités : Coupure de Ligne, Tolérance, Passes

Représentation : Graphe des Solutions

Qualité : Pénalités, Démérites, Fonction de Coût

Optimisation : Programmation Dynamique

Pénalités Locales

Même localement, l'élasticité n'est pas le seul critère esthétique

▶ Quatre types de « pénalités » locales

1. Rappel : `\penalty` (explicite)
2. $0 \leq \text{\linepenalty}(10) \leq 100$: jouer sur le nombre de lignes
3. $-10\,000 \leq \text{\hyphenpenalty}(50) \leq 10\,000$
4. $-10\,000 \leq \text{\exhyphenpenalty}(50) \leq 10\,000$: jouer sur la césure

▶ Remarques

▶ $\pm 10\,000 \iff \pm \infty$ (coupures interdites ou obligatoires)

▶ Rappel : césure \implies discrétionnaires

ge-noux \rightarrow "ge" `\discretionary{-}{ }{ }` "noux" \rightarrow `\hyphenpenalty`

ef-ficace \rightarrow "e" `\discretionary{f-}{fi}{ffi}` "cace" \rightarrow `\hyphenpenalty`

plate-bande \rightarrow "plate-" `\discretionary{}{ }{ }` "bande" \rightarrow `\exhyphenpenalty`

Démérites Locaux

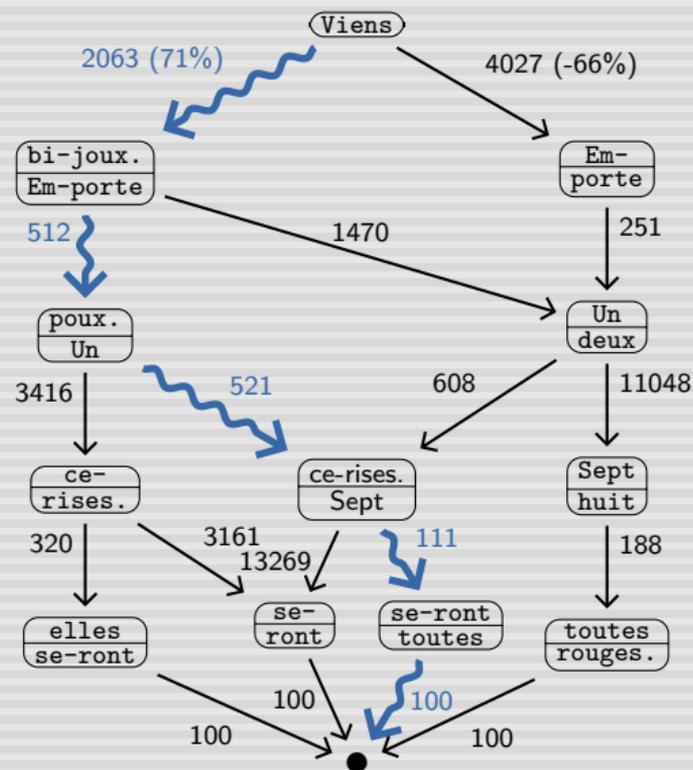
Élasticité (*badness*) + pénalités locales \implies « démerites » locaux

1. Coupure interdite (ou *badness* > tolérance) : n/a
 2. Coupure pénalisante : $(\text{pénalité de ligne} + \textit{badness})^2 + \text{pénalité}^2$
 3. Coupure souhaitée : $(\text{pénalité de ligne} + \textit{badness})^2 - \text{pénalité}^2$
 4. Coupure obligatoire : $(\text{pénalité de ligne} + \textit{badness})^2$
- Remarques
- Compromis élasticité / césure : $\sqrt[3]{(\sqrt{10^2 + 50^2} - 10)/100} = 74\%$
 - Pénalité (infinie) non prise en compte en cas de coupure obligatoire

Application au Best-Fit

► $\min(\text{démérites locaux})$ 

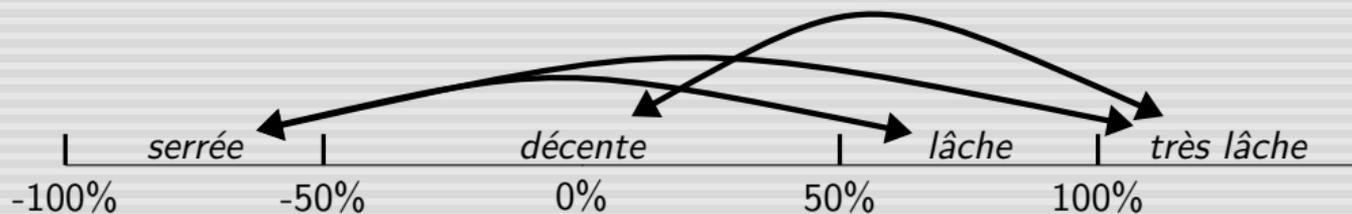
La césure est plus pénalisante que l'étirement ici (71% < 74%)



Démérites Globaux

Ajoutés aux démerites locaux d'une ligne à la suivante

- ▶ Jouer sur la césure
 - ▶ $0 \leq \backslash\text{doublehyphendemerits} (10\ 000) \leq 10\ 000$: échelles de césure
 - ▶ $0 \leq \backslash\text{finalhyphendemerits} (5\ 000) \leq 10\ 000$: césure finale (avant-dernière ligne)
- ▶ Jouer sur la différence d'étalement
 - ▶ Quatre classes d'étalement (« *fitness classes* »)
 - ▶ $0 \leq \backslash\text{adjdemerits} (10\ 000) \leq 10\ 000$: démerites d'adjacence



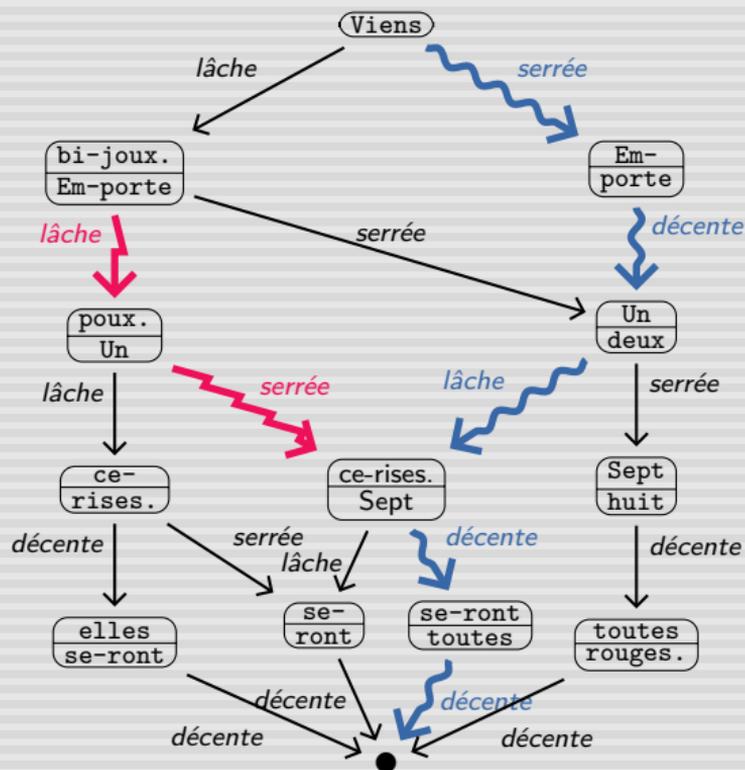
Application

► Knuth-Plass 

Note : \equiv Best-Fit / *badness*

► Chemin problématique 

► Ainsi que plusieurs autres...



Remarques Finales

- ▶ Démérites
 - ▶ locaux : esthétique horizontale
 - ▶ globaux : esthétique verticale
- ▶ Paramétrage
 - ▶ local (horizontal) en termes de *pénalités*
 - ▶ global (vertical) en termes de *démérites* (pénalité / *badness* au carré)
- ▶ Approche « globale » de T_EX

En réalité, basée uniquement sur des comparaisons de lignes adjacentes...

Au Programme

Généralités : Coupure de Ligne, Tolérance, Passes

Représentation : Graphe des Solutions

Qualité : Pénalités, Démérites, Fonction de Coût

Optimisation : Programmation Dynamique

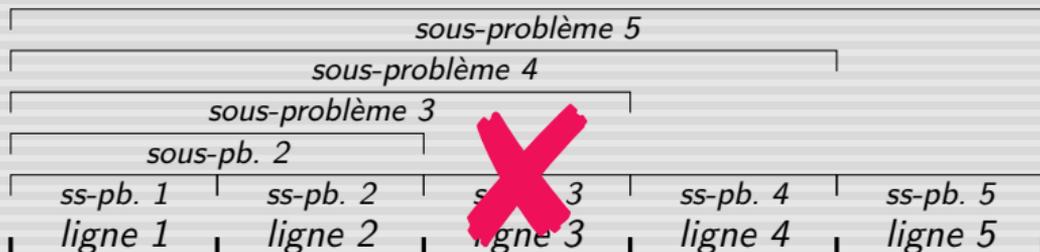
Contexte

Rappel : programmation dynamique (1950) [Bellman, 1954]

- ▶ Principe général
 1. Découpage du problème global en (plus petits) sous-problèmes
 2. Résolution des sous-problèmes pour arriver à la solution globale
- ▶ Remarque : « Diviser pour Régner » (*divide and conquer*)
 - ▶ Sous-problèmes indépendants les uns des autres.
 - ▶ Inapplicable ! Justifier la fin d'un paragraphe nécessite d'avoir justifié le début...
- ▶ Caractéristiques
 1. Les sous-problèmes dépendent *séquentiellement* les uns des autres
 - ▶ *Les sous-problèmes sont définis récursivement les uns en fonction des autres*
 2. Le processus de résolution suit nécessairement cette séquence
 - ▶ *La solution globale contient la séquence des sous-solutions*
- ▶ Complexité : $2^n \implies n^2 \implies nw$

Qu'appelle-t-on « Sous-Problème » ?

- ▶ Sous-problème $n =$ s'occuper de la n^{e} ligne ? Non !
 - ▶ Le « meilleur » choix pour une ligne ne l'est pas nécessairement pour l'ensemble
 - ▶ Aucune décision définitive, mais un *ensemble* de solutions possibles
- ▶ Sous-problème $n =$ s'occuper des n premières lignes
 - ▶ trouver *des* solutions pour la ligne n en fonction *des* solutions trouvées pour les précédentes

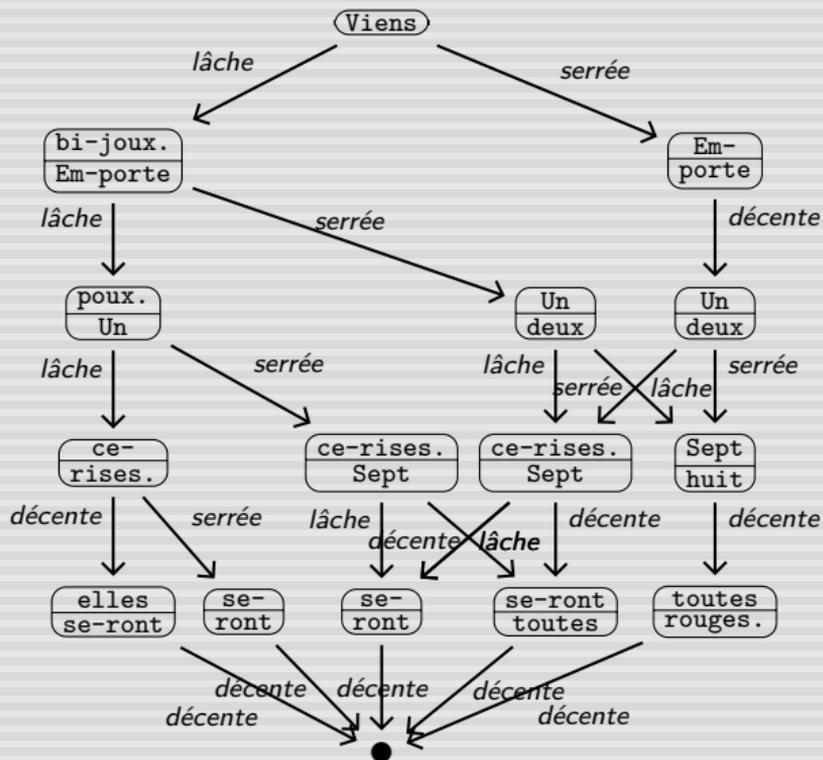


Conséquences sur le Graphe des Solutions

1. Résolution séquentielle des sous-problèmes
 - ▶ Construction du graphe progressive plutôt que préalable
 - ▶ = *algorithmes gloutons*
2. Aucune décision intermédiaire définitive
 - ▶ Conservation des meilleures branches jusqu'au bout
 - ▶ \neq *algorithmes gloutons*
3. Cependant : suppression des moins bons chemins
 - ▶ « Moins bons » avec certitude absolue !

Élagage du Graphe

- ▶ Conserver un seul accès, *le meilleur*, à chaque noeud
- ▶ Problème : les classes d'étalement empêchent de définir « meilleur »
- ▶ Solution : des noeuds différents par classe d'étalement entrante
- ▶ Nouveau graphe 🖱️
- ▶ Rappel : problème identique (solution identique) pour des paragraphes non rectangulaires



Version Optimisée

Exemple

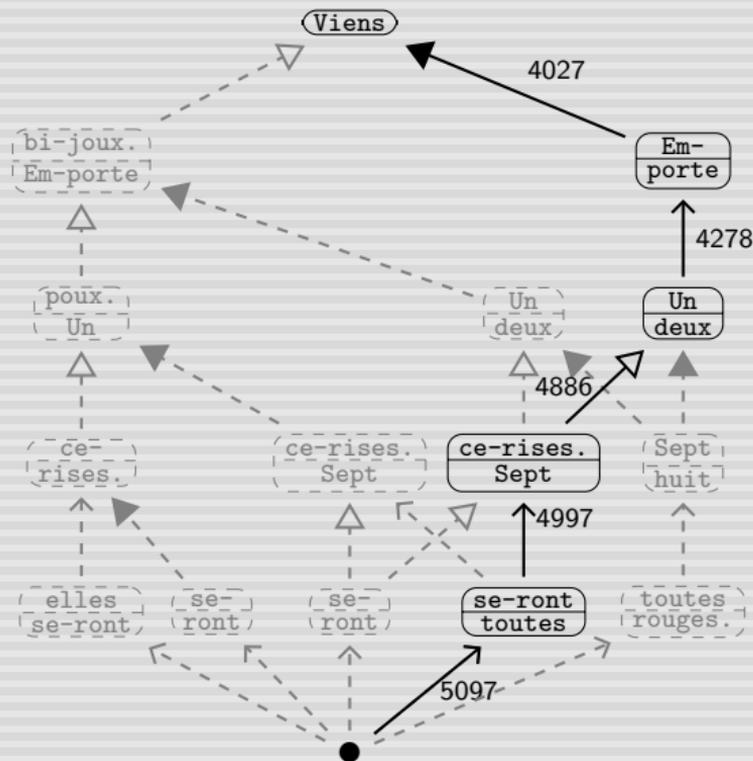
Viens mon chou sur mes ge-noux avec tes
jou-joux et tes bi-joux. Em-porte des
cailloux pour lan-cer sur les hi-boux
pleins de poux. Un deux trois nous
irons au bois. Quat' cinq six cueillir
des ce-rises. Sept huit neuf dans mon
pa-nier neuf. Dix onze douze elles
se-ront toutes rouges.

—→ ligne décente

—▷ ligne lâche

—▶ ligne serrée

▶ CQFD !



Bibliographie

-  [Anéantir Michel \(pour en Finir avec les Livres Moches\)](#)
Thomas Savary, Blog, 2023.
-  [Le package lua-typo](#)
Thomas Savary, exposé GUTenberg, 2023.
-  [Breaking Paragraphs into Lines](#)
Donald E. Knuth, Michael F. Plass.
Software – Practice and Experience, 11:1119–1184, 1981.
-  [T_EX: the Program](#)
Donald E. Knuth.
Computers and Typsetting, Volume 2, Addison-Wesley, 1986.

Bibliographie (cont.)

-  [Word Hy-phen-a-tion by Com-put-er](#)
Franklin M. Liang.
Stanford University Ph.D, STAN-CS-83-977, 1983.
-  [The theory of dynamic programming](#)
Richard Bellman.
Bulletin of the American Mathematical Society, 60 (6): 503–516, 1954.
-  [A Note on Two Problems in Connexion with Graphs](#)
Edsger W. Dijkstra.
Numerische Mathematik, 1:269–271, 1959.
-  [A Formal Basis for the Heuristic Determination of Minimum Cost Paths](#)
Peter Hart, Nils Nilsson, and Bertram Raphael
IEEE Transactions on Systems Science and Cybernetics, 4 (2): 100–7, 1968.

Bibliographie (cont.)

-  **ETAP**
Didier Verna.
`github/didierverna/etap`.
-  **Interactive and Real-Time Typesetting for Demonstration and Experimentation: ETAP**
Didier Verna.
TUGboat, 44 (2):242–248, 2023.
-  **ETAP: Experimental Typesetting Algorithms Platform**
Didier Verna.
15th European Lisp Symposium, pp. 48–52, 2022.